

Nadine WILHELM, Dortmund

Modellierungshürden für sprachlich schwache Lernende am Beispiel zweistufiger Zufallsversuche

1. Ausgangspunkt: Vielfältige Herausforderungen für sprachlich schwache Lernende in mathematischen Prüfungsaufgaben

Ausgangspunkt der empirischen Studie ist die Analyse der Zentralen Prüfungen 10 (ZP10) 2012 Mathematik NRW mit der Frage, welche potentiellen sprachlich bedingten Hürden für sprachlich schwache Lernende besonders schwierig sind (vgl. Prediger et al. 2013). Neben bereits analysierten sprachlichen und konzeptuellen Hürden (Gürsoy et al. 2013, Wilhelm i.V.) können weitere sprachlich bedingte individuelle Hürden im Modellierungsprozess auftreten. Dies wird exemplarisch an der scheinbar banalen Modellierung zweistufiger Zufallsversuche an Baumdiagrammen betrachtet.

Die Untersuchung der Modellierungsprozesse sprachlich schwacher Lernender ist insofern auch für die Stochastikdidaktik interessant, als die existierende Literatur zwar zahlreiche Unterrichtsvorschläge zur Einführung von Baumdiagrammen macht (vgl. u.a. Kütting & Sauer 2008, Bartz 2008), aber kaum empirische Analysen zu Lösungsprozessen und Fehlvorstellungen bei der Modellierung von zweistufigen Zufallsversuchen an Baumdiagrammen existieren. Daher ist es notwendig, ein Analysemodell zu entwickeln, das im Folgenden vorgestellt wird (vgl. auch Wilhelm i.V.).

2. Modellierung von zweistufigen Zufallsversuchen in den ZP10 2012

Exemplarisch betrachtet wird hier die Baumdiagramm-Aufgabe der ZP10 2012 für den mittleren Schulabschluss (Abb. 1).

Zentrale Prüfungen 10 2012 NRW (Realschule) Prüfungsteil 2: Items 3b & 3c
Bei der Fußball-WM 2010 wurde der Krake Paul international berühmt. Vor jedem Fußballspiel wurden zwei Futterboxen in sein Aquarium gesenkt. [...] Seine Wahl wurde dann von den Medien als „Vorhersage“ des Gewinners des Fußballspiels gedeutet. [...]



Gehe davon aus, dass Pauls „Vorhersagen“ zufällig geschehen sind. Mathematisch betrachtet handelt es sich bei den „Vorhersagen“ also um einen Zufallsversuch mit zwei gleich wahrscheinlichen Ergebnissen. [...]

b) Zeichne ein Baumdiagramm, das die Wahrscheinlichkeiten für zwei Vorhersagen angibt.

c) Zeige, dass die Wahrscheinlichkeit, dass Paul zwei Spiele hintereinander richtig tippt, $\frac{1}{4}$ beträgt.

Abb. 1: Baumdiagramm-Aufgabe der ZP10 2012

In der DIF-Analyse zeigt sich die Aufgabe als eine derer, die von sprachlich schwachen Lernenden signifikant seltener richtig gelöst wurden als dies aufgrund ihrer Gesamtleistung zu erwarten war. Die Analyse von 13

In J. Roth & J. Ames (Hrsg.), *Beiträge zum Mathematikunterricht 2014* (S. 1315–1318). Münster: WTM-Verlag

im Interviewsetting videographierten Bearbeitungsprozessen zu dieser Aufgabe macht deutlich, dass auch die meisten sprachlich schwachen Lernenden durchaus adäquate Situationsmodelle bilden, also nicht Hürden im Leseprozess hier ursächlich für die danach auftauchenden Modellierungsschwierigkeiten sind.

Folgende konkrete Schritte sind bei der Modellierung notwendig (Abb. 2): Ausgangspunkt der Überlegungen zur Aufstellung eines Baumdiagramms ist die Frage nach dem *Ergebnisraum*. Wie unter Abschnitt 3

Schritte zur Modellierung eines zweistufigen Zufallsexperiments
<ul style="list-style-type: none"> • Grobe Spezifizierung des Ergebnisraums • Benennung der möglichen Ergebnisse • Bestimmung der Wahrscheinlichkeiten • Übertragung auf das Baumdiagramm

beispielhaft illustriert wird, bestehen dabei für die in der Aufgabe geforderten zwei Vorhersagen mehrere Möglichkeiten. Dem folgt die *Benennung der möglichen Ergebnisse*, wo sich neben Ergebnistupeln aus den Elementarergebnissen „Richtig“ und „Falsch“ gemäß dem festgelegten Ergebnisraum weitere Möglichkeiten ergeben. Die *Bestimmung der Wahrscheinlichkeiten* bezieht sich bei einer tragfähigen Modellierung auf genau diese Ergebnistupel. Aus dem Schritt der *Übertragung auf das Baumdiagramm* resultiert das schriftliche Produkt der Aufgabenbearbeitung.

Abb. 2: Schritte zur Modellierung eines zweistufigen Zufallsexperiments

3. Kontrastierung von zwei exemplarischen Bearbeitungsprozessen

Fallbeispiel Alexandros (10. Klasse Gesamtschule, Mathematik-E-Kurs; DaZ, sprachlich stark): Er zeichnet sich in seiner Aufgabenbearbeitung durch die strukturierte Planung der Modellierung aus. Alexandros nimmt sich viel Zeit zur Klärung der Sachsituation, nachdem er die kleinste allgemeine Struktur eines Baumdiagramms (zwei Äste ausgehend von einem Knoten) gezeichnet hat. Er baut sein Baumdiagramm sukzessive durch das Wechselspiel der Ebene des Modells Baumdiagramm und der vorliegenden Sachsituation auf. Er hält sich dabei nicht lange auf der Ebene des einstufigen Zufallsversuchs auf, sondern geht durch die Verkettung mit einer weiteren Vorhersage schnell zum zweistufigen Zufallsversuch über. Den Ergebnisraum spezifiziert er durch die Entscheidungen von Krake Paul. Die möglichen Ergebnisse wählt er dazu passend als Tupel (Deutschland, Gegner), (Gegner, Gegner) usw. (im schriftlichen Produkt nicht vermerkt, siehe Abb. 3). Folglich zeichnen sich seine gewählten Konstrukte durch ein hohes Maß an Kohärenz aus. Seine Äußerungen, aus denen diese Konstrukte rekonstruiert wurden, weisen zudem einen hohen Explizitheitsgrad auf

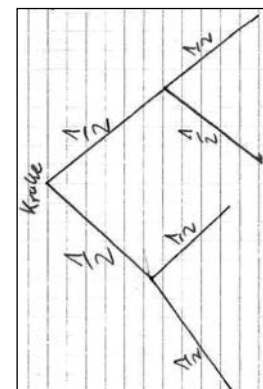


Abb. 3: Alexandros' schriftliches Produkt

(vgl. zur Benennung der möglichen Ergebnisse: „Und er muss hier entscheiden, dass zwei mal Deutschland gewinnen wird zum Beispiel.“), wodurch er während des Interviews nach und nach ein tiefes Verständnis seines mathematischen Modells in Anbindung an die Sachsituation erhält.

Fallbeispiel Delia (10. Klasse Gesamtschule, Mathematik-E-Kurs; bilingual, sprachlich schwach): Sie startet ihre Bearbeitung der Baumdiagramm-Aufgabe mit dem Zeichnen eines zweistufigen Baumdiagramms, an dessen Äste sie Brüche schreibt (Abb. 4). Sie zieht dabei verschiedene Überlegungen aus dem Bereich der Stochastik heran, die bei der vorliegenden Sachsituation als nicht passend einzuordnen sind. In all ihren Ausführungen bleibt Delia konzeptuell und sprachlich sehr vage (vgl. zur Bestimmung der Wahrscheinlichkeiten: „Ich würde da ein Zweitel nehmen.“). Aussagen, die sich direkt auf die Sachsituation

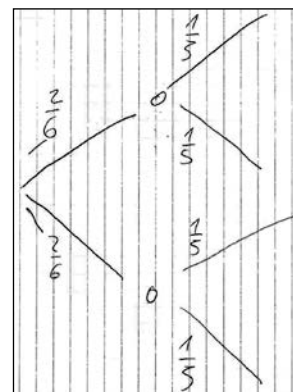


Abb. 4: Delias schriftliches Produkt

beziehen, müssen oftmals von der Interviewerin initiiert werden. Die Bearbeitung von Item 3b schließt mit einem rein technischen Bezug zu den im Baumdiagramm vermerkten Brüchen. Item 3c bearbeitet Delia durch das Aufschreiben einer nicht passenden Rechnung ohne Rückgriff auf das zuvor erstellte Baumdiagramm. Bzgl. der in Abschnitt 2 vorgestellten Schritte zur Modellierung eines zweistufigen Zufallsversuchs zieht Delia – sofern sie expliziter in ihren Ausführungen wird – verschiedene zueinander konkurrierende Konstrukte heran. Vermutlich aufgrund der mangelnden Durchdringung der Sachsituation verbleiben ihre Ausführungen auf der Stufe der Modellierung des einstufigen Zufallsversuchs.

4. Fazit und Konsequenzen für den Unterricht

Die Hürden bei den ZP10 2012 liegen für sprachlich schwache Lernende nicht lediglich im rezeptiven Umgang mit Aufgabentexten und der Konstruktion des Situationsmodells, sondern auch auf der Ebene typischer Diskursfunktionen, die sich in prozessualen Hürden niederschlagen können. Diskursfunktionen werden hier verstanden als „Kategorien des sprachlich realisierten Denkens und des Strukturierens von Wissen sowie der damit zusammenhängenden wissensbasierten Äußerungsformen.“ (Vollmer & Thürmann 2010, S. 116) Die exemplarische Kontrastierung von Alexandros und Delia zeigt, dass Schwierigkeiten durch ein komplexes Zusammenspiel sprachlicher und prozessualer Hürden entstehen können, in dem sich die explizitsprachlichen Mittel der Bildungssprache als Voraussetzung für „Higher order thinking skills“ (vgl. Feilke 2012) wie dem Modellieren erweisen. So geht Delias unzureichende Aktivierung der Diskursfunktion

„Sich Festlegen“ einher mit einer auffälligen Vagheit ihrer sprachlichen Realisierungen. Gerade für diese Funktion der Bildungssprache, „Sachverhalte und ihre Zusammenhänge [...] möglichst nachvollziehbar, d. h. explizit darstellen und fokussieren [zu können]“ (Feilke 2012, S. 8), sind explizitsprachliche Mittel optimiert, die Delia jedoch in der Situation nicht zur Verfügung stehen. Damit zeigt sich ein interessantes Beispiel für den Zusammenhang von prozessualen Hürden (hier beim Modellieren), Diskursfunktionen (wie dem Sich Festlegen) und den dazu notwendigen explizitsprachlichen Mitteln. Dies verweist auf eine wichtige Tiefendimension der kognitiven Funktion von Sprache jenseits der Begriffsbildung.

Welche unterrichtlichen Konsequenzen folgen aus diesen Befunden? Bildungs- und fachsprachliche Förderung im Mathematikunterricht sollte sich nicht nur auf Wort- und Satzebene beziehen, sondern auch auf der Ebene der Diskursfunktionen erfolgen, bei denen sprachliche Mittel in ihrer pragmatischen Funktion für typische Denkhandlungen thematisiert werden sollten. Prozessuale Hilfestellungen müssen die wichtigen Denkhandlungen unterstützen: Welche Möglichkeiten willst du im Baumdiagramm unterscheiden? Wie heißen die Ergebnisse an den Knoten und Ästen genau? Passen deine Bezeichnungen zusammen? Um zu vage Herangehensweisen und Erläuterungen zu überwinden und das Sich Festlegen zu unterstützen, können entsprechende sprachliche Mittel zur Verfügung gestellt werden (In der Vorhersage geht es um..., Der Ast steht für...).

Literatur

- Bartz, S. (2008): Baumdiagramme als roter Faden der Schulstochastik. Vorstellung eines baumorientierten Stochastiklehrgangs. *Stochastik in der Schule*, 28(1), 6–10.
- Feilke, H. (2012): Bildungssprachliche Kompetenzen – fördern und entwickeln. *Praxis Deutsch*, 39(233), 4–13.
- Gürsoy, E., Benholz, C., Renk, N., Prediger, S. & Büchter, A. (2013): Erlös = Erlösung? – Sprachliche und konzeptuelle Hürden in Prüfungsaufgaben. *Deutsch als Zweitsprache*, 1, 14–24.
- Kütting, H. & Sauer, M. J. (2008): *Elementare Stochastik. Mathematische Grundlagen und didaktische Konzepte* (2. Auflage). Berlin, Heidelberg: Spektrum.
- Prediger, S., Renk, N., Büchter, A., Gürsoy, E. & Benholz, C. (2013): Family background or language disadvantages? In: *Proceedings of PME 37* (S. 4.49–4.56), Vol. 4. Kiel, Germany: PME.
- Vollmer, H. J. & Thürmann, E. (2010): Zur Sprachlichkeit des Fachlernens: Modellierung eines Referenzrahmens für Deutsch als Zweitsprache. In B. Ahrenholz (Hrsg.), *Fachunterricht und Deutsch als Zweitsprache* (S. 107–132). Tübingen: Narr Verlag.
- Wilhelm, N. (i.V.): *Hürden in Löseprozessen von mathematischen Prüfungsaufgaben durch sprachlich schwache Lernende – Quantitative und qualitative Analysen* (Arbeitstitel). Dissertation in Vorbereitung, TU Dortmund.